

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра теории упругости и вычислительной математики
имени академика А.С. Космодамианского

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ СРЕД С УСЛОЖНЕННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) образовательной программы	Прикладная математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Математические модели деформирования сред с усложненными свойствами»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 9 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

профессор кафедры теории упругости
и вычислительной математики
им. акад. А.С. Космодамианского,
доктор физ.-мат. наук, профессор

С. А. Калоеров

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры теории упругости и вычислительной математики им. акад. А.С. Космодамианского.

Протокол от 03.04.2025 г. № 10.

И.о. заведующего кафедрой

И. А. Моисеенко

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.

Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, доц.
03.04.2025 г.

Р. Н. Нескороев

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

дисциплины программы бакалавриата:

Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Уравнения математической физики, Комплексный анализ, Численные методы, Математические модели и методы теории упругости.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Модели вязкого и хрупкого разрушения; выполнение и защита выпускных квалификационных работ; производственная практика: преддипломная практика.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ДВ.1.1 Математические модели деформирования сред с усложненными свойствами
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор обучающегося
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	4	7	34	34	–	76	144	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение основ классической математической теории упругости анизотропного тела и теории изгиба тонких плит, подходов к абстрагированию при изучении реальных процессов, моделей деформируемой среды, методов постановки и решения краевых задач при использовании различных моделей, методов численной реализации решений на современных ЭВМ.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ПК-5. Способен проводить исследования и получать научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива.

4.2. Индикаторы компетенций

ПК-5.4. Применяет математические модели и методы деформирования сред с усложненными свойствами для проведения научных исследований и получения новых научных и прикладных результатов самостоятельно и в составе научного коллектива.

4.3. Результаты обучения

ПК-5.4.1. Знает определения и утверждения, математические модели и методы деформирования сред с усложненными свойствами для проведения научных исследований и получения новых научных и прикладных результатов самостоятельно и в составе научного коллектива.

ПК-5.4.2. Умеет выбирать и использовать математические модели и методы деформирования сред с усложненными свойствами для проведения научных исследований и получения новых научных и прикладных результатов самостоятельно и в составе научного коллектива.

ПК-5.4.3. Аргументированно выбирает математические модели и методы деформирования сред с усложненными свойствами для проведения научных исследований и получения новых научных и прикладных результатов самостоятельно и в составе научного коллектива.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Плоская задача теории упругости анизотропного тела	
Основные соотношения плоской задачи теории упругости анизотропного тела	1. Плоская деформация и обобщенное плоское напряженное состояние пластинки 2. Система дифференциальных уравнений и краевые условия. 3. Функция напряжений Эйри. 4. Дифференциальное уравнение и граничные условия.
Комплексные потенциалы плоской задачи	1. Решение дифференциального уравнения плоской задачи с помощью комплексных потенциалов 2. Выражения для напряжений и перемещений. 3. Граничные условия для определения комплексных потенциалов. 4. Дифференциальная форма граничных условий. 5. Общий вид комплексных потенциалов для конечной и бесконечной многосвязной области
Решение плоских задач методом рядов	1. Решение первой и второй основных задач для анизотропной пластинки с эллиптическим (круговым) отверстием или жестким включением. 2. Понятие коэффициентов интенсивности напряжений и их вычисление для пластинки с одной трещиной или включением. 3. Схема решения задачи для пластинки с упругим ядром. 4. Схема решения задачи теории упругости для пластинки с двумя эллиптическими отверстиями (с использованием разложений в ряды Фурье).
Обобщенный метод наименьших квадратов и его приложение к решению плоских	1. Решение задачи для пластинки с рядом эллиптических отверстий. 2. Построение конформных отображений 3. Разложения функций в ряды Лорана 4. Дифференциальная форма граничных условий.

задач	5. Удовлетворение граничным условиям обобщенным методом наименьших квадратов
Решение плоских задач методом интегралов типа Коши	1. Решение задачи о действии сосредоточенных сил в пластинке с эллиптическим отверстием. 2. Общие выражения для комплексных потенциалов в случае сплошной полуплоскости. 3. Решение задачи Фламана. 4. Решение задачи для полуплоскости с эллиптическим отверстием в случае растяжения на бесконечности. 5. Решение задачи о действии сосредоточенных сил в полуплоскости с эллиптическим отверстием.
Раздел 2. Теория изгиба тонких анизотропных плит	
Краевая задача изгиба тонких анизотропных плит	1. Гипотезы Кирхгоффа. 2. Сведение задачи изгиба тонкой плиты к решению дифференциального уравнения. 3. Краевые условия.
Комплексные потенциалы теории изгиба плит	1. Решение дифференциального уравнения задачи изгиба тонких плит с помощью комплексных потенциалов. 2. Выражения для моментов и поперечных сил. 3. Граничные условия для определения комплексных потенциалов 4. Дифференциальная форма граничных условий. 5. Общий вид комплексных потенциалов для конечной и бесконечной многосвязной области.
Решение задач изгиба тонких плит методом рядов	1. Решение методом рядов задачи об изгибе тонкой эллиптической плиты. 2. Решение задачи об изгибе тонкой бесконечной плиты с эллиптическим отверстием.
Решение задач об изгибе плит обобщенным методом наименьших квадратов	1. Дифференциальная форма граничных условий. 2. Общий вид комплексных потенциалов для многосвязной плиты с эллиптическими контурами. 3. Решение задачи об изгибе плиты обобщенным методом наименьших квадратов

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 7

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лек.	Лаб.	Прак.	СРС+ Контроль	Всего
Раздел 1. Плоская задача теории упругости анизотропного тела	24	26	—	58	108
Основные соотношения плоской задачи теории упругости анизотропного тела, функция напряжений Эри	4	4	—	10	18
Комплексные потенциалы плоской задачи	4	2	—	10	16
Решение плоских задач методом рядов	6	8	—	18	32
Обобщенный метод наименьших квадратов	6	6	—	10	22

и его приложение к решению плоских задач					
Решение плоских задач методом интегралов типа Коши	4	6	—	10	20
Раздел 2. Теория изгиба тонких анизотропных плит	10	8	—	18	36
Краевая задача изгиба тонких анизотропных плит	4	4	—	8	16
Комплексные потенциалы теории изгиба плит	4	2	—	6	12
Решение задач изгиба тонких плит методом рядов	2	2	—	4	8
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	34	34	—	76	144

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Плоская задача теории упругости анизотропного тела

1. Понятие плоской задачи теории упругости анизотропного тела.
2. Система дифференциальных уравнений плоской задачи.
3. Функции напряжений, дифференциальное уравнение и граничные условия для ее определения.
4. Характеристическое уравнение плоской задачи теории упругости анизотропного тела
5. Комплексные потенциалы, выражения через них напряжений и перемещений
6. Граничные условия для определения комплексных потенциалов.
7. Общий вид комплексных потенциалов для многосвязной области.
8. Вид комплексных потенциалов задачи для с конечным числом эллиптических отверстий.
9. Плоская деформация и обобщенное плоское напряженное состояние пластинки, запись основной системы уравнений теории трехмерной теории упругости для этих случаев.
10. Функция напряжений плоской задачи, дифференциальное уравнение и граничные условия для ее определения.
11. Комплексные потенциалы плоской задачи теории упругости анизотропного тела. Выражения для напряжений и перемещений. Граничные условия для определения комплексных потенциалов.
12. Общий вид комплексных потенциалов для конечной и бесконечной многосвязной области
13. Решение первой и второй основных задач для анизотропной пластинки с эллиптическим (круговым) отверстием или жестким включением.
14. Схема решения задачи теории упругости для пластинки с двумя эллиптическими отверстиями (разложения в ряды Фурье). Схема решения задачи для пластинки с упругим ядром
15. Решение обобщенным методом наименьших квадратов задачи для пластинки с рядом эллиптических отверстий, Составление схемы программы численной реализации алгоритма.
16. Решение задачи о действии сосредоточенных сил в пластинке с эллиптическим

отверстием.

17. Общие выражения для комплексных потенциалов в случае полуплоскости. Решение задачи для полуплоскости с эллиптическим отверстием в случае растяжения на бесконечности.
18. Краевая задача изгиба тонкой плиты, уравнение для определения прогиба и граничные условия решения уравнения.
19. Комплексные потенциалы теории изгиба тонких анизотропных плит, выражения через них основных характеристик, граничные условия для определения комплексных потенциалов.
20. Общий вид комплексных потенциалов для конечной и бесконечной многосвязной плиты
21. Решение первой и второй основных задач для анизотропной плиты с эллиптическим (круговым) отверстием или жестким включением.
22. Решение обобщенным методом наименьших квадратов задачи для плиты с рядом эллиптических отверстий,

Раздел 2. Теория изгиба тонких анизотропных плит

23. Гипотезы Кирхгоффа в теории изгиба тонких плит.
24. Дифференциальное уравнение для определения прогиба плиты, граничные условия.
25. Комплексные потенциалы теории изгиба тонких анизотропных плит, выражения через них основных характеристик и граничные условия для их определения
26. Решение частных задач об изгибе плиты методом рядов.
27. Решение частных задач об изгибе плиты обобщенным методом наименьших квадратов.

7.2. Темы докладов (рефератов)

- интегралы типа Коши и их использование для решения задачи о действии сосредоточенной силы в точке контура эллиптического отверстия в бесконечной пластинке;
- решение задачи обобщенным методом наименьших квадратов для бесконечной пластинки с 2 эллиптическими отверстиями;
- решение задачи о растяжении бесконечной анизотропной пластинки с эллиптическим отверстием методом интегралов типа Коши;
- решение методом интегралов типа Коши задачи о действии равномерного давления по контуру эллиптического отверстия в бесконечной пластинке.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

Образец задания модульного контроля

Модульная контрольная работа

Вариант № n

- 1 Комплексные потенциалы теории изгиба тонких плит, граничные условия для их определения
- 2 Решение задачи для бесконечной плиты с одним эллиптическим отверстием.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета

ФГБОУ ВО «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки:	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Программа подготовки:	бакалавриат
Семестр	7
Учебная дисциплина:	Математические модели деформирования сред с усложненными свойствами

БИЛЕТ № хх

1. Граничные условия для определения комплексных потенциалов плоской задачи теории упругости анизотропного тела при заданных на контуре внешних усилиях (вывод формул).

2. Решение методом рядов задачи для бесконечной пластинки с эллиптическим отверстием.

Утверждено на заседании кафедры теории упругости и вычислительной математики им. акад. А.С. Космодамианского, протокол № __ от _____ года

И.о. зав. кафедрой	_____	Моисеенко И.А.
	(подпись)	(фамилия и инициалы)

Экзаменатор	_____	Калоеров С.А.
	(подпись)	(фамилия и инициалы)

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-2	Организационно-учебная работа студента в аудитории	5
	Самостоятельная работа и лабораторные работы	70
	Модульная контрольная работа	25
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале
		Экзамен
90-100	A	отлично
80-89	B	хорошо
75-79	C	
70-74	D	
60-69	E	удовлетворительно
35-59	FX	неудовлетворительно
0-34	F	

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд. 605).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Калоеров С. А. Концентрация напряжений в многосвязных анизотропных пластинках. Рукопись монографии
2. Лехницкий, С. Г. Теория упругости анизотропного тела / С. Г. Лехницкий. – 2-е изд. – М. : Наука, 1977.–416 с.
3. Космодамианский, А. С. Напряженное состояние анизотропных сред с отверстиями или полостями : [Учеб. пособие для ун-тов и техн. вузов] / А. С. Космодамианский.– К. : Вища шк. ; Донецк, 1976. – 200 с.

10.2. Дополнительная литература

4. Лехницкий, С. Г. Анизотропные пластинки / С. Г. Лехницкий. – 2-е изд. – М. : Наука, 1957.–416 с.
5. Мусхелишвили, Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. / Н. И. Мусхелишвили. – 5-е изд. – Москва : Наука, 1966. – 708 с. Изд. 4-е. – М. : Изд-во АН СССР, 1954. – 647 с.
6. Калоеров С. А., Авдюшина Е. В., Мироненко А. Б. Концентрация напряжений в многосвязных изотропных пластинках.– Донецк: Изд-во ДонНУ, 2013.– 440 с.
7. Калоеров С.А., Горянская Е.С. Двумерное напряженное состояние многосвязного анизотропного тела с полостями и трещинами // Теорет. и прикладная механика.– 1995.– Вып.25.– С.45–56.
8. Калоеров С.А., Космодамианский А.С., Горянская Е.С. Плоская задача теории упругости анизотропного тела / Механика композитов: В 12 т. Т.7. Концентрация напряжений.– К.: А. С. К, 1998.– С.27–50.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. – Изд. 2 перераб. – М. Высшая школа, 1982.– 264 с. – URL: <https://dwg.ru/dnl/7463> (дата обращения: 11.01.2024). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный.
2. Курс по физике. – URL: http://www.ph4s.ru/book_uprugost.html (дата обращения: 11.01.2024). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный.
3. Литература по механике деформируемого твердого тела. – URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/solid.htm> (дата обращения: 11.01.2024). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный.
4. Научная электронная библиотека elibrary.ru : информ.-аналит. портал / ООО Научная электронная библиотека. – Москва : ООО Науч. электрон. б-ка, сор. 2000–2022. – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.01.2023). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
5. Электронный каталог Научной библиотеки Донецкого государственного университета. – Донецк : НБ ДонГУ, 1999– . – URL: <http://catalog.donnu.education> (дата обращения: 01.01.2023). – Текст : электронный;
6. Техническая библиотека URL: <http://techlibrary.ru/> (дата обращения: 31.03.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный;
7. Научные журналы ФГБОУ ВО «ДонГУ» URL: <http://donnu.ru/science/journals> (дата обращения: 31.03.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);

2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений);